

空间模型碰撞检测的向量符号分析方法与实现

张宇 马丽红 余英林

(华南理工大学无线电研究所, 广州 510641)

摘要 用向量分析的方法从理论上对空间模型相互关系进行了探讨, 定义了若干运算因子和表达公式, 对3维物体模型间的相互碰撞检测问题进行了较深入的剖析, 在此基础上给出了具体的算法。实验证明了本文算法的正确性和有效性。

关键字 图形, 三维空间, 向量, 模型, 碰撞检测

1 介绍

3维物体模型之间相互碰撞的检测是计算机图形学的一个基本问题, 针对不同的应用目标, 其解决方法有很大的区别。在碰撞检测中有这样一类应用, 它仅需要了解2个模型间是否发生了碰撞而不必知道碰撞点的具体坐标值。如在虚拟驾驶环境中进行训练的驾驶员在仿真驾驶中要对出现的多种复杂情况作出快速判别和反应, 避免与其它的静止物或运动物发生碰撞。在这个仿真系统中, 计算机关心的并不是碰撞点的具体坐标值, 而是高速运动中的汽车或飞机模型与周围存在的大量运动体或景物模型间是否发生了碰撞及碰撞发生在模型的哪些表面上, 实际上关键的是算法的实时性。本文用向量符号分析方法对这类问题进行了较详细的分析, 并给出了解决这类问题的相应算法。

2 定义

2.1 模型和多边形

本文所称的模型和多边形是满足以下条件的标准模型和标准多边形:

(1) 模型所处的3维世界坐标系为右手坐标系, 如图1所示。

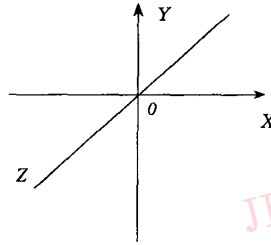


图1

设 M 为3维空间中所有标准模型的集合, 则对任一标准模型 M_i 有 $M_i \in M$ 。

假设 N 为自然数集合, 模型 $M_i \in M$ 由多边形 $P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{ij}$ 组成, 记为: $M_i = \bigcup_{j=1}^J P_{ij}$ ($J \in N, \cup$ 表示并集运算)。

(2) P_{ij} 是由在同一个平面上的 K 个顶点 $V_{ij1}, V_{ij2}, \dots, V_{ijk}$ 组成的凸多边形, 记为 $P_{ij} = \bigcup_{k=1}^K V_{ijk}$ ($K \in N, \cup$ 表示并集运算)。 K 个顶点按照 k 由小到大的次序连接组成多边形的 K 条有向边, 表示为:

$$\overrightarrow{V_{ij1}V_{ij2}}, \overrightarrow{V_{ij2}V_{ij3}}, \dots, \overrightarrow{V_{ij(k-1)}V_{ijk}}, \overrightarrow{V_{ijk}V_{ij1}}.$$

在 P_{ij} 中, 与任意一个顶点 V_{ijk} 相连的2条有向边的规一化向量积 \vec{n}_{ij} 是相等的, 方向与 P_{ij} 平面垂直, 指向平面外侧。这等价于在多边形平面的外侧上设立一个观察点, 观测到多边形的每条边是按逆时针方向绘制的。

将满足以上条件的多边形定义为标准多边形, 由标准多边形组成的凸模型称为标准模型。通常, 一

个非标准多边形可以先分解为多个标准多边形的组合,然后按照标准多边形的方法进行处理。同理,一个非标准的模型也可以分解为多个标准模型的组合,然后按照标准模型的方法来处理。

2.2 位向因子

对标准模型 $M_i = \bigcup_{j=1}^J P_{ij}$, 其中 $P_{ij} = \bigcup_{k=1}^K V_{ijk}, \vec{n}_{ij}$, 为 P_{ij} 的规一化向量, 取 P_{ij} 的任一顶点作为参考点并记为 V_{ijr} , 则空间中任一点 V 对于 P_{ij} 的位向因子定义如下:

$D(V, P_{ij}) = \overrightarrow{V_{ijr}V} \cdot \vec{n}_{ij}$ ($\overrightarrow{V_{ijr}V}$ 表示由 V_{ijr} 指向 V 点的向量) 其性质如下:

- (1) 当 $D(V, P_{ij}) > 0$ 时, V 点位于 P_{ij} 的外侧;
- (2) 当 $D(V, P_{ij}) < 0$ 时, V 点位于 P_{ij} 的内侧;
- (3) 当 $D(V, P_{ij}) = 0$ 时, V 点与 P_{ij} 同处在一个平面上。

位向因子的符号可用作空间中的一点与某个标准多边形之间的相互位置关系判定。比如, 要判断空间中的一点 V 是否为某个标准模型 M_i 的内点时, 可先计算 V 点对组成的每个多边形 P_{ij} 的位向因子 $D(V, P_{ij})$ 的符号, 如果 $\forall k(k \in [1, 2, \dots, K]) \wedge D(V, P_{ij}) < 0$, 则 V 是 M_i 的内点, 否则是外点。

实际编程时, 可简单利用 P_{ij} 的头 3 个顶点 $V_{ij1}, V_{ij2}, V_{ij3}$ 计算 P_{ij} 的有关参数, 即:

$$\vec{n}_{ij} = \frac{\overrightarrow{V_{ij1}V_{ij2}} \times \overrightarrow{V_{ij2}V_{ij3}}}{|\overrightarrow{V_{ij1}V_{ij2}}| \cdot |\overrightarrow{V_{ij2}V_{ij3}}|}, \quad V_{ijr} = V_{ij1}$$

为提高算法效率, 在建模或初始化时将 P_{ij} 的 \vec{n}_{ij} 和 V_{ijr} 值先计算好并保存起来, 需要时直接调用即可。

3 碰撞检测

3.1 属于不同模型的 2 个多边形相交检测

对模型 $M_i = \bigcup_{j=1}^{J1} P_{ij}$ ($P_{ij} = \bigcup_{k=1}^{K1} V_{ijk}$) 及

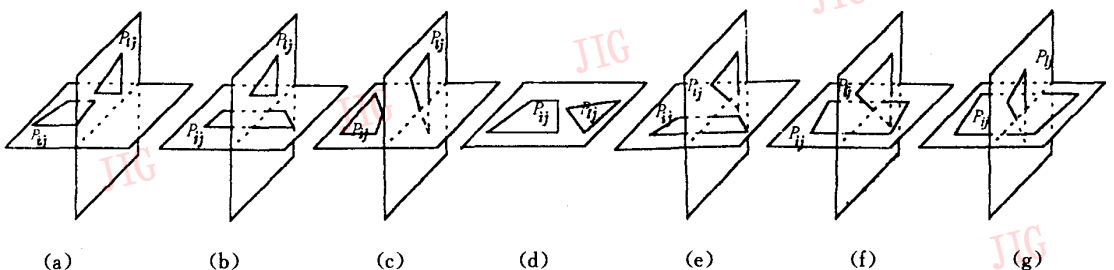


图 2 P_{ij} 与 P_{jk} 的关系

$$M_j = \bigcup_{l=1}^{J2} P_{jl} (P_{jl} = \bigcup_{k=1}^{K2} V_{jlk}).$$

定义的 P_{ij} 与 P_{jl} 相交因子为 $I(P_{ij}, P_{jl})$, 意义如下:

- (1) 当 $I(P_{ij}, P_{jl}) = 0$ 时, P_{ij} 和 P_{jl} 不相交;
- (2) 当 $I(P_{ij}, P_{jl}) \neq 0$ 时, P_{ij} 和 P_{jl} 相交。

这里, 定义 2 个多边形在共面的情况下为不相交状态。

可根据位向因子的性质得出识别 P_{ij} 和 P_{jl} 是否相交(亦即 $I(P_{ij}, P_{jl})$ 是否非零)的算法, 该算法分别对以下 5 种情形作不同处理:

(1) 当 $\forall k(k \in [1, 2, \dots, K1]) \wedge D(V_{ijk}, P_{jl})$ 全具有相同符号, 且

$\forall k(k \in [1, 2, \dots, K2]) \wedge D(V_{jlk}, P_{ij})$ 全具有相同符号时, 有 $I(P_{ij}, P_{jl}) = 0$, 如图 2(a) 所示。

(2) 当 $\forall k(k \in [1, 2, \dots, K1]) \wedge D(V_{ijk}, P_{jl})$ 不全具有相同符号, 且

$\forall k(k \in [1, 2, \dots, K2]) \wedge D(V_{jlk}, P_{ij})$ 全具有相同符号时, 有 $I(P_{ij}, P_{jl}) = 0$, 如图 2(b) 所示。

(3) 当 $\forall k(k \in [1, 2, \dots, K1]) \wedge D(V_{ijk}, P_{jl})$ 全具有相同符号, 且

$\forall k(k \in [1, 2, \dots, K2]) \wedge D(V_{jlk}, P_{ij})$ 不全具有相同符号时, 有 $I(P_{ij}, P_{jl}) = 0$, 如图 2(c) 所示。

(4) 当 $\forall k(k \in [1, 2, \dots, K1]) \wedge D(V_{ijk}, P_{jl}) = 0$ 且 $\forall k(k \in [1, 2, \dots, K2]) \wedge D(V_{jlk}, P_{ij}) = 0$ 时, 有 $I(P_{ij}, P_{jl}) = 0$, 如图 2(d) 所示。

(5) 当 $\forall k(k \in [1, 2, \dots, K1]) \wedge D(V_{ijk}, P_{jl})$ 不全具有相同符号, 且 $\forall k(k \in [1, 2, \dots, K2]) \wedge D(V_{jlk}, P_{ij})$ 不全具有相同符号时, 2 个多边形的相互关系为以下 3 种情况之一: ① 不相交, 如图 2(e) 所示; ② 部分相交, 如图 2(f) 所示; ③ 完全相交, 如图 2(g) 所示。

对(5)中的 3 种情况的识别要用到屏蔽面的概念:

多边形 P_{ij} 对 P_{jl} 的屏蔽面存在的条件是: 当且仅当 P_{ij} 所在平面与 P_{jl} 所在平面相交且交线 Y 穿过

P_{ij} 所围区域时, P_{ij} 对 P_{ij} 的屏蔽面存在。 P_{ij} 对 P_{ij} 的屏蔽面垂直于 P_{ij} ,且交线 Y 与 P_{ij} 的交点 X 在该屏蔽面上。屏蔽面是有向面,其法向量指向 P_{ij} 所围区域的外侧。易知在图 2(e)、图 2(f)和图 2(g)3 种情况下, P_{ij} 对 P_{ij} 的屏蔽面都是存在的,当交点(X_1 和 X_2)落在 P_{ij} 的 2 个边上时, P_{ij} 的 2 个屏蔽面如图 3(a)所示;当交点(X_1 和 X_2)落在 P_{ij} 的 1 个边上和 1 个顶点上时, P_{ij} 的 2 个屏蔽面如图 3(b)所示。

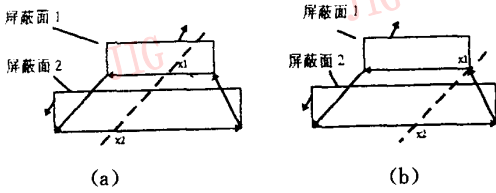


图 3 屏蔽面情况

由于 P_{ij} 是标准多边形,所以交线 Y 与 P_{ij} 的交点数必定不多于 2 个(凸多边形的性质),因此, P_{ij} 对 P_{ij} 的屏蔽面(或者反之)的个数也必定不多于 2 个,记为 P_{ijf} 和 P_{ijb} 将 P_{ijf} 和 P_{ijb} 的法向量记为 \vec{n}_{ijf} 和 \vec{n}_{ijb} ,将 P_{ijf} 和 P_{ijb} 的参考点记为 V_{ijf} 和 V_{ijb} 。屏蔽面参数通过下面的方法计算:

第 1 步 按 $k = 1, 2, \dots, K_1$ 的取值次序,寻找 P_{ij} 的符号零值点或符号变异点,符号零值点以及符号变异点的定义如下:

- (1) 如果对于某个 $k \in [1, 2, \dots, K_1]$,有 $D(V_{ijk}, P_{ij}) = 0$,则称 V_{ijk} 为符号零值点;
- (2) 如果对于某个 $k \in [1, 2, \dots, K_1]$,有 $D(V_{ijk}, P_{ij}) \cdot D(V_{ij(k+1)}, P_{ij}) < 0$ (当 $k = K_1$ 时,用 $D(V_{ij1}, P_{ij})$ 代替 $D(V_{ij(k+1)}, P_{ij})$),则称 V_{ijk} 为符号变异点。

注意, P_{ij} 的符号零值点的个数与符号变异点的个数之和小于等于 2。

第 2 步 如果通过第 1 步的计算得到的只有 1 个符号零值点而无符号变异点时,则必有 $I(P_{ij}, P_{ij}) = 0$,计算结束。否则转第 3 步。

第 3 步 当存在 2 个符号零值点时 V_{ijk_1} 和 V_{ijk_2} 时,如果 $|k_1 - k_2| = 1$,则有 $I(P_{ij}, P_{ij}) = 0$,计算结束。否则转第 5 步。

第 4 步 当存在 2 个符号零值点或者当存在 1 个符号零值点以及 1 个符号变异点时,转至第 5 步。

第 5 步 设 V_{ijk_1} 和 V_{ijk_2} 为找到的 2 个符号零值点或符号变异点,用以下公式计算屏蔽面 P_{ijf} 和 P_{ijb} 的参数值:

$$\vec{n}_{ijf} = \overrightarrow{V_{ijk_1}V_{ij(k_1+1)}} \times \vec{n}_{ij}$$

(当 $k_1 = K_1$ 时,用 $\overrightarrow{V_{ijk_1}V_{ij1}}$ 代替 $\overrightarrow{V_{ijk_1}V_{ij(k_1+1)}}$)

$$\vec{n}_{ijb} = \overrightarrow{V_{ijk_2}V_{ij(k_2+1)}} \times \vec{n}_{ij}$$

(当 $k_2 = K_1$ 时,用 $\overrightarrow{V_{ijk_2}V_{ij1}}$ 代替 $\overrightarrow{V_{ijk_2}V_{ij(k_2+1)}}$)

$$V_{ijf} = V_{ijk_1}, V_{ijb} = V_{ijk_2}$$

求出 P_{ijf} 和 P_{ijb} 的参数值后,用下面方法识别:

- (1) 如果 $\forall k (k \in [1, 2, \dots, K_2] \wedge D(V_{ijk}, P_{ijf}) \geq 0)$,或者 $\forall k (k \in [1, 2, \dots, K_2] \wedge D(V_{ijk}, P_{ijb}) \geq 0)$,则有 $I(P_{ij}, P_{ij}) \neq 0$,如图 2(e) 所示;
- (2) 如果 $\forall k (k \in [1, 2, \dots, K_2] \wedge D(V_{ijk}, P_{ijf})$ 不全具有相同符号),或者 $\forall k (k \in [1, 2, \dots, K_2] \wedge D(V_{ijk}, P_{ijb})$ 不全具有相同符号),则有 $I(P_{ij}, P_{ij}) \neq 0$,如图 2(f) 所示;
- (3) 如果 $\forall k (k \in [1, 2, \dots, K_2] \wedge D(V_{ijk}, P_{ijf}) < 0)$,同时 $\forall k (k \in [1, 2, \dots, K_2] \wedge D(V_{ijk}, P_{ijb}) < 0)$,则有 $I(P_{ij}, P_{ij}) \neq 0$,如图 2(g) 所示。

3.2 2 个标准模型间的碰撞检测

2 个标准模型 M_i 与 M_l 的碰撞检测问题实际上可以分解为:判断组成 M_i 的 K_1 个标准多边形是否与组成 M_l 的 K_2 个标准多边形相交的问题。

为此定义 2 个标准模型 M_i 与 M_l 的碰撞因子为 $C(M_i, M_l)$,含义如下:

- (1) 当 $C(M_i, M_l) = 0$ 时,模型 M_i 与 M_l 未发生碰撞;
- (2) 当 $C(M_i, M_l) \neq 0$ 时,模型 M_i 与 M_l 发生了碰撞。

$C(M_i, M_l)$ 的计算方法如下:

$$C(M_i, M_l) = \sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} I(P_{ij_1}, P_{lj_2}) + E(M_i, M_l) + E(M_l, M_i)$$

式中 $E(M_i, M_l)$ 称为包含因子,其含义为:

- (1) 如果 $E(M_i, M_l) \neq 0$,则 M_i 完全包含了 M_l (组成 M_i 和 M_l 的多边形之间互不相交);
- (2) 如果 $E(M_i, M_l) = 0$,则 M_i 没有完全包含 M_l (组成 M_i 和 M_l 的多边形之间可能相交,也可能不相交)。

$E(M_i, M_l)$ 的计算方法是:判断组成 M_l 的所有多边形的顶点是否全都是 M_i 的内点(方法参见“位向因子”部分),如是则 $E(M_i, M_l) \neq 0$,否则 $E(M_i, M_l) = 0$ 。同理可计算出 $E(M_l, M_i)$ 的值。

实际编程时,应在计算 $\sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} I(P_{ij_1}, P_{lj_2})$ 的时

候,将求出的位向因子符号暂时保存起来,然后在求 $E(M_i, M_i)$ 和 $E(M_i, M_j)$ 时直接调出使用,以提高运算效率。

3.3 2个非标准模型间的碰撞检测

通常,非标准模型可以分解为一系列标准模型的组合,假设有2个非标准模型 G_s, G_q 可以分解为一系列标准模型的组合,记为:

$$G_s = \bigcup_{i=1}^I M_i \quad (I \in \mathbb{N}, \cup \text{表示并集运算}),$$

$$G_q = \bigcup_{l=1}^L M_l \quad (L \in \mathbb{N}, \cup \text{表示并集运算})$$

式中 M_i 和 M_l 表示 G_s 和 G_q 经过分解后得到的一系列标准模型。

定义2个非标准模型 G_s 与 G_q 的碰撞因子为 $B(G_s, G_q)$, 其含义如下:

(1) 当 $B(G_s, G_q) = 0$ 时, G_s 和 G_q 没有发生碰撞;

(2) 当 $B(G_s, G_q) \neq 0$ 时, G_s 和 G_q 发生了碰撞。

$B(G_s, G_q)$ 的计算方法为:

$$B(G_s, G_q) = \sum_{i=1}^I \sum_{l=1}^L C(M_i, M_l)$$

4 实验结果

实际系统中往往存在着大量的物体模型,为实时处理起见,在判断它们是否碰撞前,应先进行一次粗判断,先滤除那些根本不可能发生碰撞的模型,然后再对可能发生碰撞的少数几个模型用上述算法进行检测。图4(a)和图4(b)为用本算法做一组动态模型碰撞检测实验时,模型间相互作用的情况,其中图4(b)是2个模型相互分离,没有发生碰撞的情况,图4(a)则是它们发生了碰撞时的情况。

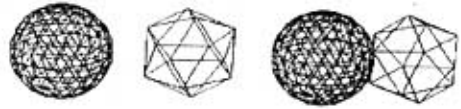


图4 两模型的相互作用

参考文献

- 1 Pavlidis Theo. 计算机图形显示和图象处理的算法. 吴成柯译, 北京: 科学出版社, 1987年.
- 2 Yoram Baram. Detecting Collision from Gray level Expansion by a Neural Network. IEEE ICNN'95, 1995, 449~453
- 3 Fisher Scott S. Virtual Environments: Personal Simulations and Telepresence in Virtual Reality, Helsen S K and Roth T P. eds, London: Mechler Ed, 1991.



张宇 1962年生, 华南理工大学计算机应用工程研究所高工。研究方向: 计算机图形学、图象处理等。



马丽红 1965年生, 华南理工大学无线电所讲师。研究方向: 图象处理、模式识别、神经网络等。



余英林 1932年生, 华南理工大学无线电所教授、博士生导师。研究方向: 信号处理、图象处理、模式识别、神经网络等。

Vector Symbol Analysis for Collision Detection of Models in Three Dimensions

Zhang Yu, Ma Lihong, Yu Yinglin

(Institute of Radio South China University of Technology, Guangzhou 510641)

Abstract In this paper, the relationships between 3D spatial models are investigated by vector analysis. A series of factors and formulas are defined for detecting if any collision happened among the models. Then, an algorithm is developed for collision detection, and was proved correct and effective with experiment.

Keywords Graphics, Three dimensions, Vector, Model, Collision detection